

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКОГО УГЛА НАКЛОНА ДВУХРЕЛЬСОВОГО ПОДВЕСНОГО МОДУЛЯ

Минск 2008

Введение

Целью данного расчета является определение статического угла наклона транспортного модуля, находящегося в середине двухструнного пролета с продольной асимметрией струн (начальные прогибы струн не одинаковые), при наличии бокового ветра и одностороннего смещения нагрузки (например, 25 пассажиров массой 80 кг каждый, равномерно заполнившие одну половину салона).

Составлена программа, позволяющая по следующим исходным данным:

масса модуля, M

масса нагрузки, m

расстояние между опорами струн, L_o

смещение центра масс нагрузки модуля от продольной плоскости

симметрии модуля, L_l

расстояние между струнами, L_p

ширина кабины модуля, L_k

расстояние между центром парусности боковой поверхности и полом салона, H

расстояние между полом салона и центром масс ненагруженного модуля, h

расстояние между центром масс ненагруженного модуля и головкой рельса, d

начальный прогиб струны №1 (прогиб без модуля), f_{n1}

начальный прогиб струны №2 (прогиб без модуля), f_{n2}

плотность воздуха, ρ

коэффициент аэродинамического сопротивления, C

площадь продольного сечения модуля, $S_{бок}$

поправочный коэффициент, зависящий от высоты над уровнем земли, k

площадь поперечного сечения стальной части рельса, $S_{ст}$

модуль упругости стали, $E_{ст}$

площадь поперечного сечения алюминиевой части рельса, $S_{ал}$

модуль упругости алюминиевого сплава, $E_{ал}$

вычислять угол наклона салона транспортного модуля и реакции струн.

Воздействием ветра на струны, а также крутящим моментом, возникающим вследствие поперечного наклона струн, пренебрегаем.

1. Зависимости положенные в основу расчета

K-K (СМОТРИ РИС.2)

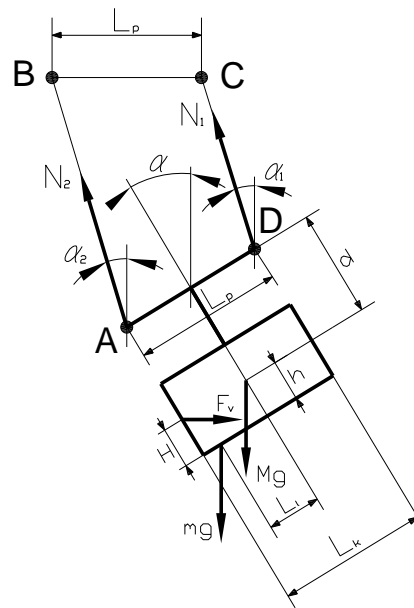


Рис.1. Схема действующих сил

Согласно схеме на рис. 1 уравнения статики имеют вид (сумма моментов берется относительно центра масс ненагруженного модуля):

$$\begin{aligned}
 & N_1 \cdot \cos(\alpha_1) + N_2 \cdot \cos(\alpha_2) - m \cdot g - M \cdot g = 0 \\
 & F_v - N_2 \cdot \sin(\alpha_2) - N_1 \cdot \sin(\alpha_1) = 0 \\
 & m \cdot g \cdot (L_1 \cdot \cos(\alpha) - h \cdot \sin(\alpha)) + F_v \cdot \left((h - H) \cdot \cos(\alpha) + \frac{L_k}{2} \cdot \sin(\alpha) \right) + \\
 & + N_1 \cdot \frac{L_p}{2} \cdot \cos(\alpha - \alpha_1) - N_1 \cdot d \cdot \sin(\alpha - \alpha_1) - \\
 & - N_2 \cdot \frac{L_p}{2} \cdot \cos(\alpha - \alpha_2) - N_2 \cdot d \cdot \sin(\alpha - \alpha_2) = 0
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где N_1, N_2 – реакции струн,
 M, m – массы ненагруженного модуля и пассажиров в салоне соответственно,
 α_1, α_2 – углы отклонения плоскости струн от вертикали,
 α – угол наклона модуля,
 L_1 – смещение центра масс нагрузки модуля от продольной плоскости симметрии модуля,
 L_p – расстояние между струнами,
 L_k – ширина кабины модуля,
 H – расстояние между центром парусности боковой поверхности и полом салона,
 h – расстояние между полом салона и центром масс ненагруженного модуля,
 d – расстояние между центром масс ненагруженного модуля и головкой рельса,
 F_v – сила воздействия ветра.

$$F_v = \frac{1}{2} \cdot C \cdot k \cdot \rho \cdot S_{бок} \cdot V^2 \quad (1.2)$$

где C – коэффициент аэродинамического сопротивления,
 k – поправочный коэффициент зависящий от высоты над уровнем земли,
 $S_{бок}$ – площадь продольного сечения модуля,
 ρ – плотность воздуха,
 V – скорость ветра.

Реакции N_1 и N_2 являются функциями прогиба (f_1 и f_2) струн. Для определения этих зависимостей будем считать, что струна обладает только жесткостью на растяжение и образует стороны равнобедренного треугольника как показано на рис. 2.

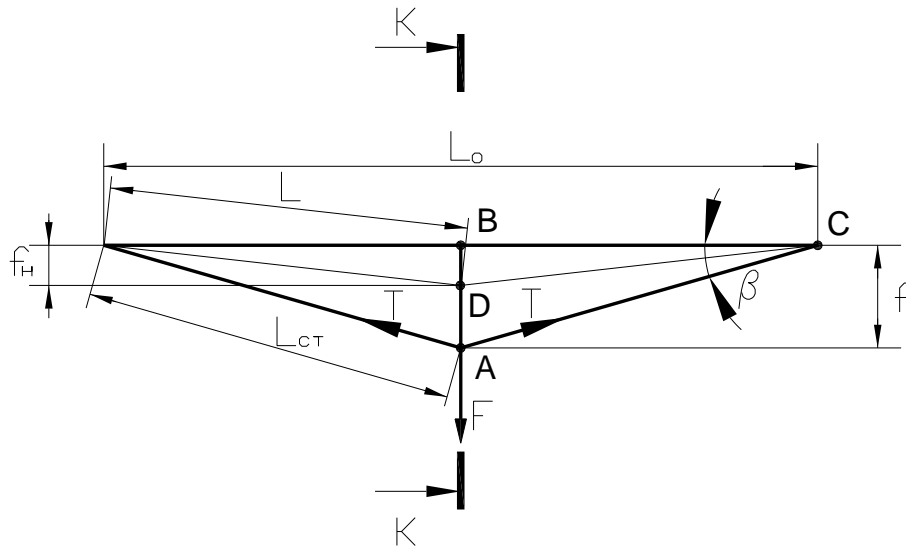


Рис.2.

Согласно схеме на рис. 2 уравнение статики будет иметь вид:

$$F - 2 \cdot T \cdot \sin \beta = 0 \quad (1.3)$$

где F – сила действующая на струну со стороны модуля,
 T – сила натяжения струны,
 β – угол наклона струны.
 Для треугольника ABC можно записать:

$$\sin \beta = \frac{2 \cdot f}{L + \delta L} \quad (1.4)$$

где f – прогиб струны,
 L – длина струны без нагрузки со стороны модуля,
 δL – удлинение струны под действием нагрузки со стороны модуля.
 Согласно закону Гука натяжение струны:

$$T = \frac{E \cdot S}{L_{cm}} \cdot \delta L \quad (1.5)$$

где S – площадь поперечного сечения упругих материалов струны,
 L_{cm} – длина струны под действием нагрузки со стороны модуля,

E – приведенный модуль упругости материалов струны.

$$E = \frac{E_1 \cdot S_1 + E_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \quad (1.6)$$

где E_1 и E_2 – собственные модули упругости материалов струны (сталь, алюминий),
 S_1 и S_2 – площади занимаемые материалами в сечении струны
 Из соотношений в прямоугольных треугольниках ABC и DBC (рис. 2):

$$\delta L = L_{cm} - L = \sqrt{4 \cdot f^2 + L_o^2} - \sqrt{4 \cdot f_n^2 + L_o^2} \quad (1.7)$$

где L_o – расстояние между опорами,
 f_n – начальный прогиб струны (без модуля).
 Объединяя (1.3)-(1.5) и (1.7) получаем зависимость между нагрузкой на струну и ее прогибом:

$$F = \frac{4 \cdot E \cdot S \cdot f \cdot (\sqrt{4 \cdot f^2 + L_o^2} - \sqrt{4 \cdot f_n^2 - L_o^2})}{4f^2 + L_o^2} \quad (1.8)$$

По соотношениям в четырехугольнике $ABCD$ (рис. 1) составляются два дополнительных уравнения связывающие прогибы струн ($f_2 = AB$, $f_1 = DC$) с возникающими при этом углами:

$$\begin{aligned} L_p \cdot \cos(\alpha) &= L_p - f_2 \cdot \sin(\alpha_2) + f_1 \cdot \sin(\alpha_1) \\ L_p \cdot \sin(\alpha) &= f_2 \cdot \cos(\alpha_2) - f_1 \cdot \cos(\alpha_1) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Объединяя зависимости (1.1), (1.8) и (1.9) получаем систему уравнений (1.10):

$$\left\{ \begin{aligned} N_1 \cdot \cos(\alpha_1) + N_2 \cdot \cos(\alpha_2) - m \cdot g - M \cdot g &= 0 \\ F_v - N_2 \cdot \sin(\alpha_2) - N_1 \cdot \sin(\alpha_1) &= 0 \\ m \cdot g \cdot (L_l \cdot \cos(\alpha) - h \cdot \sin(\alpha)) + F_v \cdot \left((h - H) \cdot \cos(\alpha) + \frac{L_k}{2} \cdot \sin(\alpha) \right) + \\ + N_1 \cdot \frac{L_p}{2} \cdot \cos(\alpha - \alpha_1) - N_1 \cdot d \cdot \sin(\alpha - \alpha_1) - \\ - N_2 \cdot \frac{L_p}{2} \cdot \cos(\alpha - \alpha_2) - N_2 \cdot d \cdot \sin(\alpha - \alpha_2) &= 0 \\ L_p \cdot \cos(\alpha) &= L_p - f_2 \cdot \sin(\alpha_2) + f_1 \cdot \sin(\alpha_1) \\ L_p \cdot \sin(\alpha) &= f_2 \cdot \cos(\alpha_2) - f_1 \cdot \cos(\alpha_1) \\ N_1 &= \frac{4 \cdot E \cdot S \cdot f_1 \cdot (\sqrt{4 \cdot f_1^2 + L_o^2} - \sqrt{4 \cdot f_{n1}^2 - L_o^2})}{4f_1^2 + L_o^2} \\ N_2 &= \frac{4 \cdot E \cdot S \cdot f_2 \cdot (\sqrt{4 \cdot f_2^2 + L_o^2} - \sqrt{4 \cdot f_{n2}^2 - L_o^2})}{4f_2^2 + L_o^2} \end{aligned} \right.$$

2. Примеры расчета

Система уравнений (1.10) решается в пакете Matlab при помощи функции 'fsolve' (см. Приложение 1).

2.1. Исходные данные 1:

масса модуля, M	4000 кг
масса нагрузки, m	2000 кг
расстояние между опорами струн, L_o	200 м
смещение центра масс нагрузки модуля от продольной плоскости симметрии модуля, L_l	0.625 м
расстояние между струнами, L_p	1 м
ширина кабины модуля, L_k	2.5 м
расстояние между центром парусности боковой поверхности и полом салона, H	1.225 м
расстояние между полом салона и центром масс ненагруженного модуля, h	1 м
расстояние между центром масс ненагруженного модуля и головкой рельса, d	1.667 м
начальный прогиб струны №1 (прогиб без модуля), $f_{н1}$	2.5 м
начальный прогиб струны №2 (прогиб без модуля), $f_{н2}$	2.6 м
плотность воздуха, ρ	1.2 кг/м ³
коэффициент аэродинамического сопротивления, C	0.8
площадь продольного сечения модуля, $S_{бок}$	18 м ²
поправочный коэффициент зависящий от высоты над уровнем земли, k	1.5
площадь поперечного сечения стальной части рельса, $S_{ст}$	0.00152 м ²
модуль упругости стали, $E_{ст}$	206 ГПа
площадь поперечного сечения алюминиевой части рельса, $S_{ал}$	0.00152 м ²
модуль упругости алюминия, $E_{ал}$	71 ГПа

Таблица 2.1

Результаты расчета 1

Скорость ветра, м/с	0	5	10	15	20	25
N_1, H	28724	28675	28534	28310	28023	27697
N_2, H	30136	30186	30341	30622	31065	31718
$\alpha, \text{град}$	5.60	5.83	6.50	7.64	9.28	11.48
$f_1, \text{м}$	4.50	4.50	4.49	4.48	4.47	4.46
$f_2, \text{м}$	4.60	4.60	4.61	4.62	4.63	4.66

2.2. Исходные данные 2:

расстояние между струнами, L_p

1.5 м

Остальные параметры см. “Исходные данные 1”

Таблица 2.2

Результаты расчета 2

Скорость ветра, м/с	0	5	10	15	20	25
N_1, H	28271	28206	28016	27710	27306	26827
N_2, H	30589	30655	30858	31222	31782	32588
$\alpha, \text{град}$	5.11	5.3	5.90	6.90	8.35	10.29
$f_1, м$	4.48	4.48	4.47	4.46	4.44	4.42
$f_2, м$	4.62	4.62	4.62	4.64	4.66	4.69

2.3. Исходные данные 3:

начальный прогиб струны №1 (без модуля), f_{n1}

2.5 м

начальный прогиб струны №2 (без модуля), f_{n2}

2.5 м

Остальные параметры см. “Исходные данные 1”

Таблица 2.3

Результаты расчета 3

Скорость ветра, м/с	0	5	10	15	20	25
N_1, H	28252	28204	28063	27841	27556	27231
N_2, H	30608	30657	30811	31091	31532	32183
$\alpha, \text{град}$	5.38	5.60	6.28	7.41	9.05	11.26
$f_1, м$	4.48	4.48	4.47	4.46	4.45	4.44
$f_2, м$	4.58	4.58	4.58	4.59	4.61	4.64

% ВСЕ ПАРАМЕТРЫ ВВОДЯТСЯ В ЕДИНИЦАХ СИ

% Успешное решение системы должно сопровождаться сообщением: 'Optimization terminated successfully'

% в противном случае измените начальное приближение переменных

%

clear all; clc

global M m g V r C S k Ll h N Lk Lr d dn1 dn2 Lo Est Eal Sest Seal

V=49.7; % скорость ветра

C=0.8; % коэффициент аэродинамического сопротивления

% для перемены направления ветра на противоположное тому как показано на

% схеме значение C записывается отрицательным

г=1.2; % плотность воздуха

S=7.3; % площадь боковой поверхности

k=1.5; % поправочный коэффициент на высоту

m=2000; % масса пассажиров

M=4000; % масса пустого модуля

g=9.81; % ускорение свободного падения

Ll=0.5; % смещение центра тяжести людей от плоскости симметрии

% для перемены стороны в которую сместились пассажиры на противоположную тому,

% как показано на схеме, значение Ll записывается отрицательным

Lr=1.5; % расстояние между рельсами

H=1.225; % расстояние от пола до центра парусности боковой поверхности

h=1; % расстояние от пола до центра тяжести модуля

d=1.667; % расстояние от центра тяжести до головки рельса

Lk=2; % ширина корпуса модуля

dn1=2.5; % прогиб струны 1 без нагрузки

dn2=2.6; % прогиб струны 2 без нагрузки

Sest=0.00152; % площадь стали в сечении

Seal=0.00202; % площадь алюминия в сечении

Lo=200; % расстояние между опорами

Est=206000*10^6; % модуль упругости стали

Eal=71000*10^6; % модуль упругости алюминия

eq1='N1*cos(a1)+N2*cos(a2)-M*g-m*g';

eq2='0.5*V^2*r*C*S*k-N2*sin(a2)-N1*sin(a1)';

eq3='m*g*(Ll*cos(a)-h*sin(a))+0.5*V^2*r*C*S*k*((h-H)*cos(a)+Lk*0.5*sin(a))+N1*Lr*0.5*cos(a-a1)-N1*d*sin(a-a1)-N2*Lr*0.5*cos(a-a2)-N2*d*sin(a-a2)';

eq4='Lr-d2*sin(a2)+d1*sin(a1)-Lr*cos(a)';

eq5='d2*cos(a2)-d1*cos(a1)-Lr*sin(a)';

eq6='4*(Est*Sest+Eal*Seal)*d1*((4*d1^2+Lo^2)^0.5-(4*dn1^2+Lo^2)^0.5)/(4*d1^2+Lo^2)-N1';

eq7='4*(Est*Sest+Eal*Seal)*d2*((4*d2^2+Lo^2)^0.5-(4*dn2^2+Lo^2)^0.5)/(4*d2^2+Lo^2)-N2';


```

s{1}='function y = Func(x); % заголовок
s{2}='global M m g V r C S k L1 h H Lk Lr d dn1 dn2 Lo Est Eal Sest Seal';
s{3}='N1=x(1); N2=x(2); a1=x(3); a2=x(4); a=x(5); d1=x(6); d2=x(7); y=x;'; % переменные
s{4}=['y(1)= vectorize(eq1) '];
s{5}=['y(2)= vectorize(eq2) '];
s{6}=['y(3)= vectorize(eq3) '];
s{7}=['y(4)= vectorize(eq4) '];
s{8}=['y(5)= vectorize(eq5) '];
s{9}=['y(6)= vectorize(eq6) '];
s{10}=['y(7)= vectorize(eq7) '];
filename=fullfile(pwd,'Func.m');
disp(['Текст файла ' filename ':'])
fprintf('%s\n',s{:});
fid=fopen(filename,'w');
fprintf(fid,'%s\n',s{:});
fclose(fid);
xinit=[20000 30000 0 0 0 2.5 2.6]; % начальное приближение
[xzero,yzero,eflag,opt]=fsolve('Func',xinit,OPTIMSET('MaxFunEvals',3000,'MaxIter',200));
fprintf('Количество вычислений функций: %d\n',...
    opt.iterations);
delete(filename)
N1=xzero(1)
N2=xzero(2)
NaklonModulya=xzero(5)/pi*180
Progib1=xzero(6)
Progib2=xzero(7)

```